
ANN A L E S
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN – POLONIA

VOL. XLVII, 3

SECTIO H

2013

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Zakład Rynków Finansowych

ANNA KASPRZAK-CZELEJ

Parametry portfela zawierającego inwestycje alternatywne

Parameters of portfolio with alternative investments

Słowa kluczowe: inwestycje alternatywne, portfel inwestycyjny, kurtoza, skośność

Key words: alternative investments, investment portfolio, kurtosis, skewness

Wstęp

Niedawne turbulencje na rynkach finansowych przyczyniły się do wzrostu zainteresowania tzw. inwestycjami alternatywnymi. W szerokim ujęciu składają się na nie wszystkie inwestycje niezaliczane do tradycyjnych form inwestowania na rynku finansowym, począwszy m.in. od inwestycji w surowce i nieruchomości, przez produkty strukturyzowane i fundusze hedgingowe, a kończąc na tzw. inwestycjach emocjonalnych w przedmioty kolekcjonerskie.

Włączając inwestycje alternatywne do portfela inwestycyjnego, inwestorzy podobnie jak przy klasycznych inwestycjach finansowych powinni uwzględniać relację pomiędzy horyzontem inwestycji i podstawowymi jej parametrami, w szczególności dochodem i ryzykiem, nie tylko z punktu widzenia pojedynczej inwestycji, ale całego portfela. Jednocześnie zwraca się na przykład uwagę na to, że skuteczne zastosowanie klasycznej teorii portfela w przypadku inwestycji o silnie asymetrycznych dochodach może nie być skuteczne. W tym kontekście pojawia się pytanie, czy i w jakim zakresie parametry portfela z uwzględnieniem inwestycji alternatywnych różnią się od tradycyjnego.

W niniejszym artykule dokonano opisu cech portfela wynikających z rozkładu jego stóp zwrotu oraz przedstawiono wyniki badań dotyczących parametrów przykładowych portfeli, tworzonych z uwzględnieniem wybranych inwestycji alternatywnych.

1. Portfel inwestycyjny w ujęciu klasycznej teorii portfelowej

Zgodnie z teorią H. Markowitza inwestorzy maksymalizujący oczekiwaną użyteczność są zainteresowani wyborem portfela cechującego się maksymalną oczekiwaną stopą zwrotu spośród portfeli o danym poziomie wariancji stóp zwrotu lub – alternatywnie – portfela o minimalnej zmienności spośród portfeli o określonym poziomie oczekiwanej stopy zwrotu. Decyzje inwestycyjne bazują zatem na substytucji pomiędzy wyższą średnią stopą zwrotu i niższą ich wariancją. Zakłada się przy tym, że stopy zwrotu z poszczególnych inwestycji wyrażają w pełni dochody z nich uzyskiwane, a inwestorzy znają rozkład prawdopodobieństwa uzyskania określonych stóp zwrotu [Ostrowska, 2011, s. 155].

Ryzyko i stopa zwrotu z portfela zależą od tych parametrów dla poszczególnych walorów wchodzących w jego skład oraz struktury portfela. Stopa zwrotu z portfela stanowi średnią ważoną stóp zwrotu poszczególnych składowych portfela. Jest ona nie mniejsza niż najmniejsza stopa zwrotu i nie większa niż największa stopa zwrotu z instrumentów tworzących portfel. Ryzyko portfela (mierzone wariancją stóp zwrotu) zależy od wariancji stóp zwrotu walorów tworzących portfel, jego struktury oraz od stopnia skorelowania stóp zwrotu poszczególnych walorów. Jest ono mniejsze niż największe ryzyko charakteryzujące walor wchodzący w jego skład [Ostrowska, 2011, s. 150, 156].

Zbiór portfeli o optymalnej kombinacji średniej i wariancji nazywa się granicą efektywną. Racjonalny inwestor dokonuje wyboru portfela zlokalizowanego na tej granicy z uwzględnieniem własnego stosunku do ryzyka (awersja do ryzyka). Jednocześnie Markowitz sam zauważył, że tak wybrane portfele efektywne nie będą optymalne, jeśli uwzględni się w funkcji użyteczności inwestora wyższe niż pierwszy i drugi (tj. średnia i wariancja) momenty rozkładu stóp zwrotu [Harvey i inni, 2003, s. 1], czyli jeśli przyjmie się, że funkcja użyteczności inwestora nie będzie funkcją kwadratową lub zbliżoną do niej.

Założenie, że inwestorzy są zainteresowani jedynie dwoma parametrami rozkładu stóp zwrotu: średnią i wariancją, zostało wykorzystane również w teorii Markowitza zmodyfikowanej przez J. Tobina, tj. teorii portfela uwzględniającego aktywa wolne od ryzyka, czy też w modelu CAPM W. Sharpe'a, J. Lintnera i J. Mossina.

Analiza średnia–wariancja stóp zwrotu pozostaje nadal szeroko wykorzystywaną metodą alokacji aktywów, co wynika z co najmniej kilku powodów [Mencía, Sentana, 2009, s. 105]. Po pierwsze, w sposób przejrzysty pokazuje związek stopy zwrotu z ryzykiem oraz pozwala na intuicyjną ocenę relatywnej atrakcyjności porównywanych portfeli inwestycyjnych, których podstawowe charakterystyki można

przedstawić na dwuwymiarowym wykresie. Po drugie, kalkulacja i interpretacja uzyskanych wyników są uproszczone, gdyż granica efektywna zależy tylko od dwóch parametrów. Ponadto stanowi ona oczywisty sposób analizy przy założeniu rozkładu stóp zwrotu typu Gaussa czy innego eliptycznego, ponieważ jest w pełni kompatybilna z problemem maksymalizacji oczekiwanej użyteczności, niezależnie od preferencji inwestorów [Jondeau, Rockinger, 2006, s. 30]. Z badań wynika także, że przy rozkładzie jedynie nieznacznie odbiegającym od normalnego alternatywne metody alokacji aktywów wskazują na zasadniczo taką samą alokację jak wynikająca z analizy średnia-wariancja [Jondeau, Rockinger, 2006, s. 31].

Abstrahując od niedoskonałości tej analizy, podkreślonej na gruncie finansów behawioralnych, podstawowe jej ograniczenie, jak zasygnalizowano wcześniej, wynika z nieuwzględniania wpływu wyższych momentów rozkładu stóp zwrotu na decyzje związane z alokacją aktywów, czyli innymi słowy pomijania faktu, że inwestorzy mogą mieć swoje preferencje w zakresie skośności czy kurtozy rozkładu stóp zwrotu.

2. Kurtoza i skośność rozkładu stóp zwrotu z portfela

Klasyczne parametry optymalizacji portfela to średnia oraz wariancja. Istotnym elementem mogą być również pozostałe parametry dotyczące rozkładu zwrotów z portfela, tj. skośność i kurtoza. Ich analiza oznacza, że akceptujemy fakt, że nie są spełnione założenia klasycznej teorii portfelowej, przynajmniej w zakresie rozkładu normalnego stóp zwrotu, co zresztą sugerują wyniki badań empirycznych. Stwierdzono, że rozkład normalny nie opisuje adekwatnie krótkookresowych stóp zwrotu z aktywów finansowych. Zaobserwowano wysoką kurtozę, negatywną skośność [Kim, White, 2004, s. 56–57]. W empirycznym rozkładzie stóp zwrotu występują „grube ogony” w stosunku do rozkładu normalnego [Péiro, 1999, s. 848]. W tych warunkach wariancja stóp zwrotu w ograniczonym zakresie opisuje ryzyko zmienności, a zależność pomiędzy stopami zwrotu z aktywów jest jedynie niedoskonale opisywana przez macierz kowariancji stóp zwrotu.

Rozkład normalny oznacza, że ryzyko wzrostu jest takie same jak ryzyko spadku. Inwestorzy jednak bardziej obawiają się ryzyka spadku niż wzrostu [Blümke, 2011, s. 312]. W rzeczywistości zatem również funkcja użyteczności inwestora nie jest kwadratowa i zawiera parametr skośności.

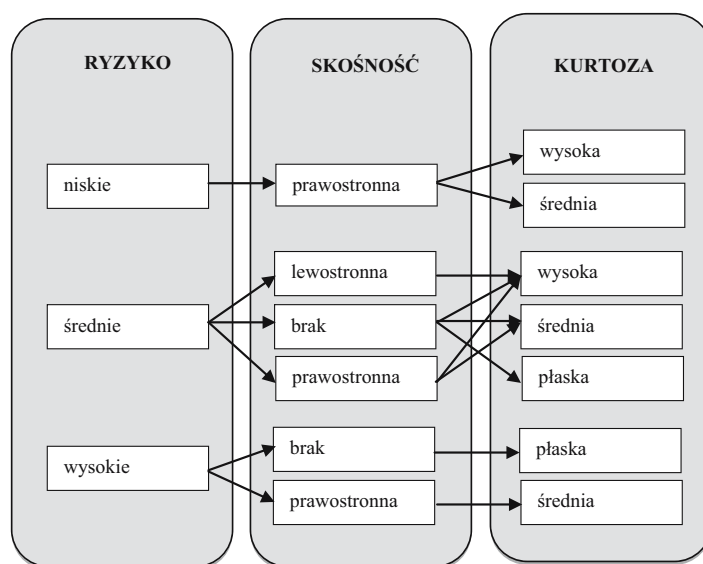
Rozkład skośny to rozkład, dla którego współczynnik lub wskaźnik asymetrii (skośności) jest różny od zera, którą to wartość osiąga w przypadku rozkładu normalnego [Sobczyk, 1998, s. 54, 56]. W przypadku rozkładu skośnego prawostronnie istnieje większe prawdopodobieństwo uzyskania stóp zwrotu większych niż średnia (wartość oczekiwana), która jest większa od mediany, która z kolei jest większa od dominanty. Prawdopodobieństwo spadku stopy zwrotu poniżej wartości oczekiwanej jest relatywnie małe, a wzrostu powyżej tej wartości relatywnie duże [Ostrowska, 2011, s. 100]. Jednocześnie istnieje większe prawdopodobieństwo, że uzyskana

stopa zwrotu będzie mniejsza niż w przypadku rozkładu normalnego [Blümke, 2011, s. 307]. W rozkładzie lewostronnym przeciętna stopa zwrotu jest większa niż w rozkładzie normalnym, ale istnieje większe prawdopodobieństwo osiągnięcia zwrotów niższych niż średnia. W związku z tym, na ogół powinna być preferowana skośność prawostronna. Inwestor powinien zatem wymagać większej rekompensaty za inwestycję w portfel lewostronnie skośny, mimo iż może cechować się on tym samym ryzykiem mierzonym odchyleniem standardowym. Takie preferencje pozytywnej skośności mogą wręcz ograniczać potrzebę dywersyfikacji podczas selekcji portfela.

Z badań wynika, że przy stałej średniej i zmienności stóp zwrotu inwestorzy uwzględniają premię za ryzyko związane ze skośnością [Péiro, 1999, s. 848; Chunhachinda i inni, 1997, s. 146]. Dokonują substytucji oczekiwanej stopy zwrotu za preferowaną skośność. Inwestorzy mogą nawet akceptować negatywne oczekiwane stopy zwrotu w warunkach wysokiej pozytywnej skośności [Canela, Collazo, 2007, s. 231]. Innymi słowy inwestorzy, tworząc portfel, próbują maksymalizować oczekiwaną stopę zwrotu i skośność oraz ograniczać zmienność stóp zwrotu [Chunhachinda i inni, 1997, s. 143]. Zwiększanie wartości tych pierwszych może być interpretowane jako zmniejszanie wartości ekstremalnych po stronie strat i jednocześnie zwiększanie ich po stronie zysków [Canela, Collazo, 2007, s. 231]. Równocześnie zaobserwowano, że parametr skośności jest trwały jedynie dla poszczególnych akcji, a nie dla portfeli. Oznacza to, że portfele zbudowane z indeksów mogą nie być tak efektywne pod względem ryzyka, stopy zwrotu i skośności jak te budowane bezpośrednio z akcji [Sun, Yan, 2003, s. 1112].

Kolejnym parametrem pomijanym w klasycznej teorii portfelowej jest tzw. czwarty moment rozkładu stóp zwrotu, czyli kurtoza (współczynnik skupienia). Mierzy ona koncentrację stóp zwrotu wokół średniej i dla rozkładu normalnego wynosi trzy [Sobczyk 1998, s. 56]. Wysoki jej poziom (rozkład wysmukły, leptokurtyczny) oznacza, że prawdopodobieństwo osiągnięcia tej średniej jest większe niż przy rozkładzie normalnym, a niska kurtoza (rozkład spłaszczony, platykurtyczny) oznacza zmniejszenie tego prawdopodobieństwa. Jeśli średni poziom stóp zwrotu jest akceptowalny dla inwestora, to powinien on preferować portfel cechujący się rozkładem silnie leptokurtycznym. Zwykle jednak inwestorzy wykazują awersję wobec nadmiernej kurtozy [Kostakis, Muhammad, Siganos, 2012, s. 913].

Uwzględniając wymienione parametry rozkładu stóp zwrotu oraz wykorzystywane klasycznie odchylenie standardowe jako miarę ryzyka, można stwierdzić, że inwestor będzie zainteresowany skonstruowaniem portfela w wariantach wymienionych na rysunku 1 – oraz będzie miał taką możliwość (osiągalne rozwiązania).



Rysunek 1. Warianty osiągalnego i pożądanego rozkładu stóp zwrotu z portfela

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Blümke, 2011, s. 324].

3. Badania empiryczne

3.1. Dane i metodologia badania

Celem ustalenia, w jaki sposób dodanie poszczególnych rodzajów inwestycji alternatywnych wpływa na parametry portfela inwestycyjnego, przeprowadzono, z wykorzystaniem statystyki opisowej oraz współczynnika zmienności, analizę rozkładu stóp zwrotu z portfeli skonstruowanych w 90% z wyjściowego portfela inwestycyjnego oraz w 10% z określonego rodzaju inwestycji alternatywnej. Do celów porównawczych przeprowadzono również analizę poszczególnych rozważanych form inwestycji oraz portfela stanowiącego punkt wyjścia. Przyjęto, że pierwotny portfel inwestycyjny składa się w 90% z akcji (stopy zwrotu tej składowej określano na podstawie indeksu WIG) oraz w 10% z gotówki, z której stopę zwrotu przyjęto na poziomie stopy WIBOR 3M. Portfele alternatywne konstruowano z wykorzystaniem następujących rodzajów inwestycji uznawanych za alternatywne:

- surowców – w ramach tej grupy aktywów uwzględniono inwestycje w 19 surowców, głównie przemysłowych, rolnych i energetycznych, których stopy zwrotu określano z wykorzystaniem indeksu TRJ/CRB Index-Total Return, oraz bezpośrednio inwestycje w metale szlachetne: złoto i srebro, których stopy zwrotu ustalono na podstawie średnich miesięcznych cen wyrażonych w USD za uncję trojańską, ustalanych na London Bullion Market;

- nieruchomości – przyjęto pośrednią formę inwestycji w fundusz typu ETF, tj. iShares FTSE EPRA/NAREIT Global Real Estate ex-U.S. Index Fund (IFGL), odzwierciedlający indeks FTSE EPRA/NAREIT Developed Real Estate ex-U.S.;
- wina inwestycyjnego, a stopy zwrotu z tej inwestycji określano na podstawie indeksu Liv-ex Fine Wine Investables Index;
- funduszy hedgingowych, z których stopy zwrotu ustalono z wykorzystaniem zagregowanych indeksów konstruowanych przez BarclayHedge oraz Hennessee Group LLC: Barclay Hedge Fund Index oraz Hennessee Hedge Fund Index¹. Stanowią one średnią stóp zwrotu wszystkich rodzajów funduszy hedgingowych, z wyjątkiem funduszy funduszy hedgingowych uwzględnianych w wymienionych bazach.

W analizach zajmowano się następującymi parametrami portfela inwestycyjnego: poziomem średniej stopy zwrotu, ryzykiem portfela mierzonym odchyleniem standardowym stóp zwrotu, asymetrycznością rozkładu stóp zwrotu oraz skupieniem stóp zwrotu wokół wartości średniej.

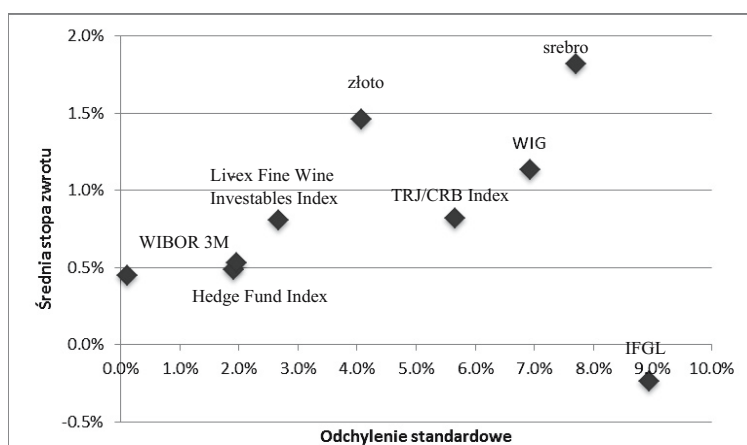
Badanie przeprowadzono z wykorzystaniem miesięcznych stóp zwrotu z okresu styczeń 2002–grudzień 2012 roku² w trzech wariantach: po pierwsze, dla całego okresu, po drugie, dla lat o ujemnej rocznej stopie zwrotu z indeksu WIG w tym okresie, tj. 2008, 2011, po trzecie, dla lat o dodatniej rocznej stopie zwrotu z WIG: 2002–2007, 2009–2010, 2012. Takie ujęcie powinno pozwolić uchwycić różnice w zakresie wpływu inwestycji alternatywnych na parametry portfela inwestycyjnego w okresie dobrej i relatywnie gorszej koniunktury giełdowej.

3.2. Wyniki badania

Rozkład stóp zwrotu z poszczególnych rozważanych inwestycji w żadnym przypadku nie jest normalny. W każdej z badanych form inwestycji jest to rozkład leptokurtyczny i asymetryczny, przy czym jedynie w przypadku WIBOR 3M, funduszu IFGL, złota i indeksu Liv-ex Fine Wine Investables Index jest on asymetryczny prawostronnie. Dodatkowo dla inwestycji w wina cechuje się on najwyższym spośród rozważanych poziomem kurtozy. W badanym okresie rozkład lewostronny, a zatem i większe prawdopodobieństwo osiągnięcia niższej niż średnia stopa zwrotu, dotyczył inwestycji w WIG, indeks surowców TRJ/CRB, srebra oraz obu indeksów funduszy hedgingowych. Ryzyko i średni poziom stopy zwrotu z poszczególnych inwestycji przedstawiono na rysunku 2.

¹ Zdecydowano się na wykorzystanie dwóch niezależnych grup indeksów, ze względu na poruszaną w literaturze kwestię niedoskonałości indeksów funduszy hedgingowych [Amene, Goltz, 2007].

² Ze względu na dostępność danych, stopy zwrotu z funduszu nieruchomości IFGL dotyczą okresu grudzień 2007–grudzień 2012 roku.



Rysunek 2. Relacja miesięcznej stopy zwrotu i ryzyka dla badanych inwestycji

Źródło: opracowanie własne.

W całym okresie analizy skonstruowany wyjściowy portfel inwestycyjny miał rozkład stóp zwrotu leptokurtyczny oraz lewostronnie skośny (tabela 1). Dodawanie do niego inwestycji alternatywnych nie wpływało na zmianę rodzaju rozkładu wyróżnianego na podstawie wskaźnika kurtozy, również tylko nieznacznie zmieniło sam jej poziom. Uwzględnienie inwestycji w nieruchomości oraz srebro każdorazowo powodowało zmianę skośności rozkładu na prawostronną. Jednocześnie portfele alternatywne w większości przypadków (poza portfelem z funduszem nieruchomości i indeksem surowców) miały rozkłady stóp zwrotu o korzystniejszej relacji stopa zwrotu–ryzyko, wyrażanej współczynnikiem zmienności. W największym stopniu wielkość ryzyka przypadająca na jednostkę średniej stopy zwrotu została ograniczona w portfelu zawierającym srebro, a w następnej kolejności złota i win inwestycyjnych. Warto podkreślić, że obniżanie poziomu tego wskaźnika odbywało się głównie poprzez ograniczenie zmienności portfela.

W latach relatywnie dobrej koniunktury giełdowej na GPW (dodatnie roczne stopy zwrotu z WIG) zarówno portfel wyjściowy, jak i w większości alternatywne miały lewostronnie skośne oraz leptokurtyczne rozkłady stóp zwrotu (tabela 1). Jedynie portfel uwzględniający nieruchomości miał rozkład prawostronnie asymetryczny. Jednakże odznaczał się on, podobnie jak portfel zawierający surowce (indeks TRJ/CRB), gorszą relacją ryzyka do osiąganego średniej stopy zwrotu. Najlepsze rezultaty pod tym względem zapewniało stworzenie portfela z uwzględnieniem srebra oraz w następnej kolejności złota i win inwestycyjnych. Ponownie spadek relacji ryzyka do stopy zwrotu odbywał się poprzez zmniejszenie poziomu ryzyka portfela.

Tabela 1. Wybrane parametry rozkładu stóp zwrotu z badanych portfeli

Wyszczególnienie	Portfel Wyjściowy	Portfel z uwzględnieniem:						
		IFGL	TRJ/CRB	Złoto	Srebro	Liv-ex Fine Wine Investables	Hennessee Hedge Fund	Barclay Hedge Fund
I. Okres analizy: 2002–2012								
Średnia	1,06%	-0,17%	0,74%	1,10%	1,14%	1,04%	1,00%	1,01%
Mediana	1,33%	-0,62%	1,42%	1,30%	1,01%	1,28%	1,20%	1,21%
Odchylenie standardowe	6,24%	6,91%	5,67%	5,71%	5,86%	5,69%	5,68%	5,68%
Współczynnik zmienności	5,860	-40,682	7,676	5,174	5,145	5,485	5,666	5,620
Kurtoza	1,851	1,860	1,790	1,874	1,623	1,734	1,907	1,893
II. Okres dodatnich rocznych stóp zwrotu z WIG								
Średnia	1,99%	1,79%	1,13%	1,95%	2,02%	1,91%	1,87%	1,88%
Mediana	2,09%	0,79%	1,47%	2,23%	2,10%	1,99%	1,90%	1,92%
Odchylenie standardowe	5,85%	6,58%	4,70%	5,37%	5,50%	5,31%	5,30%	5,30%
Współczynnik zmienności	2,945	3,676	4,144	2,762	2,720	2,783	2,841	2,822
Kurtoza	1,328	1,381	0,241	1,205	1,055	1,184	1,406	1,404
III. Okres ujemnych rocznych stóp zwrotu z WIG								
Średnia	-3,08%	-3,19%	-1,04%	-2,68%	-2,84%	-2,87%	-2,88%	-2,89%
Mediana	-2,27%	-2,27%	0,59%	-1,81%	-1,95%	-2,04%	-2,04%	-2,05%
Odchylenie standardowe	6,37%	6,41%	8,75%	5,78%	5,89%	5,85%	5,81%	5,80%
Współczynnik zmienności	-2,067	-2,008	-8,447	-2,155	-2,075	-2,039	-2,017	-2,005
Kurtoza	2,278	2,143	0,234	2,795	2,295	2,021	2,228	2,210

Uwaga: Kurtozę obliczano w relacji do rozkładu normalnego.

Źródło: obliczenia własne.

W latach o ujemnych rocznych stopach zwrotu z WIG wszystkie portfele miały lewostronne rozkłady stóp zwrotu (tabela 1). Podobnie jak w analizach całego okresu oraz dobrej koniunktury giełdowej wszystkie portfele miały poziom kurtozy większy

od występującej w rozkładzie normalnym. Zauważalne jest przy tym zróżnicowanie jej wielkości w okresach dominujących wzrostów i spadków indeksu. W latach dekonjunktury skupienie stóp zwrotu wokół średniej jest na ogół większe. Podobnie jak w analizie okresu dobrej koniunktury portfele z uwzględnieniem inwestycji alternatywnych w większości pozwalały na osiągnięcie lepszej relacji między ponoszonym ryzykiem a osiąganą średnią stopą zwrotu. Wyjątek również w tym przypadku stanowią portfele uwzględniające nieruchomości. W okresie dekonjunktury najlepsze efekty przynosiła jednak budowa portfela zawierającego fundusze hedgingowe lub wino inwestycyjne. Portfele te cechowały się niższym poziomem zmienności w porównaniu do wyjściowego, co ponownie stanowiło dominujący kanał oddziaływania na poprawę relacji ryzyko–stopa zwrotu, a dodatkowo odznaczały się mniejszą co do wartości bezwzględnej ujemną średnią stopą zwrotu.

Zakończenie

Włączenie rozważanych inwestycji alternatywnych do portfela zmienia wszystkie parametry jego rozkładu stóp zwrotu. Nie można jednak sformułować uogólniającego wniosku odnośnie do oddziaływania na skośność rozkładu stóp zwrotu czy ich koncentrację wokół średniej. Zauważalne jest jednak większe skupienie stóp zwrotu z portfeli alternatywnych w warunkach dekonjunktury na giełdowym rynku akcji.

Większość inwestycji alternatywnych przyczynia się do poprawy relacji pomiędzy zmiennością stóp zwrotu a osiąganym średnim ich poziomem zarówno w okresie dobrej, jak i złej koniunktury giełdowej. Główny mechanizm tego oddziaływania wiąże się z ograniczaniem (dywersyfikacja) ryzyka portfela. W warunkach bessy niektóre z tych inwestycji dodatkowo przyczyniają się do ograniczania ujemnych stóp zwrotu z portfela.

Bibliografia

1. Amene N., Goltz F., *Revisiting the Limits of Hedge Fund Indices: A Comparative Approach*, ED-HEC Working Paper 2007, July.
2. Blümke A., *Jak inwestować w produkty strukturyzowane*, Oficyna a Wolters Kluwer business, Warszawa 2011.
3. Canela M.A., Collazo E.P., *Portfolio selection with skewness in emerging market industries*, "Emerging Markets Review" 2007, nr 8.
4. Chunchachinda P., Dandapani K., Hamid S., Prakash A.J., *Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets*, "Journal of Banking and Finance" 1997, nr 21.
5. Harvey C.R., Liechty J.C., Liechty M.W., Mäuller P., *Portfolio selection with higher moments*, Working Paper. Duke University 2003.
6. Jondeau E., Rockinger M., *Optimal Portfolio Allocation under Higher Moments*, "European Financial Management" 2006, vol. 12, nr 1.

7. Kim T.-H., White H., *On more robust estimation of skewness and kurtosis*, "Finance Research Letters" 2004, nr 1.
8. Kostakis A., Muhammad K., Siganos A., *Higher co-moments and asset pricing on London Stock Exchange*, "Journal of Banking and Finance" 2012, nr 36.
9. Mencía J., Sentana E., *Multivariate location-scale mixtures of normals and mea-variance-skewness portfolio allocation*, "Journal of Econometrics" 2009, nr 153.
10. Ostrowska E., *Portfel inwestycyjny klasyczny i alternatywny*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa 2011.
11. Péiro A., *Skewness in financial returns*, "Journal of Banking and Finance" 1999, nr 23.
12. Sobczyk M., *Statystyka. Podstawy teoretyczne, przykłady, zadania*, Wydawnictwo UMCS, Lublin 1998.
13. Sun Q., Yan Y., *Skewness persistence with optimal portfolio selection*, "Journal of Banking and Finance" 2003, nr 27.

Parameters of portfolio with alternative investments

The article briefly describes the portfolio characteristics connected with the distribution of its rates of return and presents the results of empirical studies on the parameters of portfolios including particular alternative investments (commodities, precious metals, real estate fund, hedge funds, investable wine).